CLASSES PC*

APPROFONDISSEMENT DE LA FORMATION EN MATHÉMATIQUES

Dans les classes PC*, qui préparent principalement aux carrières de l'enseignement supérieur, de la recherche et des grands corps techniques de l'État, il convient de permettre aux étudiants d'approfondir leur formation en mathématiques, sur la base des objectifs de formation et du programme de mathématiques communs aux classes PC et PC*.
Cet approfondissement spécifique aux classes PC* concerne aussi bien le travail de la classe que le travail personnel des étudiants. Il porte conjointement sur l'étude des concepts, des résultats et des méthodes essentiels et sur la maîtrise de la démarche mathématique. Il se réfère à un objectif de développement de la réflexion personnelle des étudiants et de leurs capacités d'autonomie intellectuelle. En revanche, cet approfondissement ne doit en aucun cas conduire à des dépassements de programme prenant la forme d'une étude de chapitres supplémentaires ou d'une anthologie d'exemples et d'exercices, tant en ce qui concerne l'enseignement que les épreuves d'évaluation.

1- En ce qui concerne les objectifs de formation, cet approfondissement spécifique aux classes PC* s'effectue sur la base des objectifs communs aux classes PC et PC*, selon les lignes directrices suivantes :

- stimuler l'imagination et l'intuition des étudiants en leur proposant des questions mathématiques consistantes, dont l'énoncé est présenté de manière ouverte et dont la résolution fait appel à leur initiative pour le choix des méthodes à utiliser ;
- conjointement, exploiter toute la richesse de la démarche et du raisonnement mathématique, en entraînant les étudiants à se poser des questions, analyser un problème, formuler des conjectures, expérimenter sur des exemples, mettre en place un schéma de démonstration, et rédiger enfin une solution rigoureuse ;
- développer la maîtrise de la démonstration, en promouvant la réflexion personnelle des étudiants sur ses différentes phases : l'analyse des définitions, des hypothèses et des conclusions, la mise en lumière de schémas directeurs possibles pour la démonstration et la mise en œuvre rigoureuse d'un tel schéma ;
- renforcer la maîtrise des concepts, des résultats et des méthodes, grâce à une analyse critique de leurs conditions de validité et à une étude synthétique de leur portée et de leur architecture ;
- valoriser l'interaction entre, d'une part, l'étude des phénomènes et des problèmes mathématiques et, d'autre part, la construction et la mise en œuvre des concepts théoriques, mettant ainsi en évidence le rôle central joué par le questionnement scientifique pour le développement des mathématiques, ainsi que leur dimension culturelle et historique ;
- développer les capacités d'analyse et de synthèse des étudiants, notamment grâce à l'étude de thèmes mathématiques faisant appel à différentes parties du programme, et à la lecture personnelle de textes scientifiques.

2- C'est dans le cadre des lignes directrices précédentes qu'il convient de placer l'approfondissement spécifique aux classes PC* de certains points des contenus fixés par le programme commun aux classes PC et PC*.

Dans ce cadre, pour les démonstrations repérées comme non exigibles des étudiants dans ce programme commun, il convient d'augmenter dans les classes PC* la part de celles qui sont effectuées en détail.

Dans ce même cadre, les points sur lesquels portent cet approfondissement et les références correspondantes au programme commun sont précisés ci-dessous.

a) Algèbre et géométrie

- Concernant l'adjoint d'un endomorphisme d'un espace vectoriel euclidien (cf. paragraphe III.2- c), l'objectif est de mettre en lumière l'importance de cette notion pour l'étude des problèmes linéaires issus de l'algèbre et de la géométrie. Dans cette perspective, il convient d'étudier le noyau, l'image et le rang de l'adjoint, d'établir qu'un sous-espace vectoriel d'un espace euclidien E est stable par un endomorphisme u si et seulement si son orthogonal est stable par u^*, et de caractériser les endomorphismes auto-adjoints positifs à l'aide de leur spectre.

b) Analyse et géométrie différentielle

- Concernant les suites et les fonctions, l'objectif est de mettre en évidence l'importance en analyse de la compacité dans les espaces vectoriels de dimension finie et de la continuité uniforme (cf. paragraphe I.2- b). Dans cette perspective, il convient d'établir le théorème de Bolzano-Weierstrass pour les suites bornées de nombres réels ou complexes et, plus généralement, pour les suites bornées d'éléments d'un espace vectoriel de dimension finie, d'en déduire la caractérisation séquentielle des parties compactes d'un tel espace et d'établir la continuité uniforme d'une fonction à valeurs réelles ou complexes continue sur une partie compacte d'un tel espace.